

دوفصلنامه پژوهش‌های مدیریت و فرماندهی نظامی
دانشگاه افسری و تربیت پاسداری امام حسین (ع) - دانشگاه امیرالمؤمنین (ع) نرسا
سال نوزدهم، شماره ۵۵، بهار و تابستان ۱۴۰۳، صص ۹۳-۱۲۶

ارائه مدل ریاضی بازی جنگ زمینی در تصمیم‌گیری سیستم فرماندهی و کنترل حجت اله مددی^۱، مجید ترابیان مقدم^۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۲/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۵/۱۳

چکیده

فرآیند تصمیم‌گیری فرآیندی است که شامل تصمیم‌گیرندگان، بازیگران، عوامل محیطی، اهداف، راهکارها و معیارها می‌شود. در محیط‌های رقابتی، اثربخشی فرآیند تصمیم‌گیری منوط به تعیین تمامی عوامل محیطی و ارزیابی آنها بر اساس اهداف است. هدف تصمیم‌گیرندگان یافتن راهبردهای بهینه برای اهداف پیش رو است. نظریه بازی رویکردی مبتنی بر ریاضیات است که در آن راهکارهای بازیگران به طور متقابل با در نظر گرفتن اثرات محیطی ارزیابی می‌شوند. در این پژوهش، الگوی مبتنی بر مدل تصمیم‌گیری چند معیاره با منطق فازی در نظریه بازی جنگ زمینی بررسی و برای نیل به هدف پژوهش از منابع کتابخانه‌ای استفاده شده است. این رویکرد به ارزیابی هر هدف، ایجاد ماتریس‌های بازده، تصمیم با استفاده از کاربردهای ریاضی، منطق فازی، تبدیل آنها به ماتریس بازده و تصمیم نهایی متعاقباً اشاره دارد. در نهایت، راهکارهای بهینه و احتمالات آنها پیدا می‌شود. یک مطالعه موردی نظامی جنگ زمینی برای نشان دادن کاربرد رویکرد پیشنهادی ارائه شده است.

واژه‌گان کلیدی: بازی جنگ، فرماندهی و کنترل، منطق فازی.

^۱ هیئت علمی دانشگاه افسری و تربیت پاسداری امام حسین علیه‌السلام

^۲ مدرس دانشکده پیاده و تکاور، دانشگاه افسری و تربیت پاسداری امام حسین علیه‌السلام، دانشگاه امیرالمؤمنین علیه‌السلام،

مقدمه

در اغلب مواقع، تصمیم‌هایی که توسط یک فرد گرفته می‌شود، به بسیاری از عوامل از جمله تصمیم افراد دیگر وابسته است. امام علی علیه السلام می‌فرماید: "لَا تَعَزِمَ عَلَى مَا لَمْ تَسْتَبِنِ الرَّشْدَ فِيهِ" «به کاری که درستی آن برای روشن نیست، تصمیم مگیر». همچنین می‌فرماید: "مَنْ نَظَرَ فِي الْعَوَاقِبِ سَلِمَ مِنَ النَّوَائِبِ، مَنْ فَكَّرَ فِي الْعَوَاقِبِ أَمِنَ الْمَعَاطِبَ" «هر که در عواقب امور بنگرد، از گرفتاری‌ها در سلامت ماند؛ هر که در عواقب امور بیندیشد، از مهلکه‌ها در امان ماند» (غرر الحکم و درر الکلم: ۶۳۰). تصمیم‌گیری نوعی واکنش است که فرد در برابر یک مسأله از خود نشان می‌دهد. بین وضع موجود و وضع مورد نظر (یا مورد درخواست) فاصله یا تفاوت هست، و برای رسیدن به وضع مورد نظر باید اقداماتی صورت گیرد (رابینز، ۱۳۷۴: ۲۲۰).

فرآیند تصمیم‌گیری شامل پیچیدگی و عدم قطعیت است. در فرآیند تصمیم‌گیری، نیازها، اهداف، خطرات، منافع و منابع سازمانی باید در نظر گرفته شود. تصمیم‌گیری نه تنها فرآیندی است که مبتنی بر ارزیابی گزینه‌ها بر اساس معیارها است، بلکه اهدافی نیز دارد. سازمان‌ها ممکن است بیش از یک هدف با اولویت‌های متفاوت داشته باشند. اهداف ممکن است به یک اندازه مهم باشند یا ممکن است ارزش‌هایی با اهمیت‌های متفاوتی داشته باشند. تصمیم‌گیرندگان باید هنگام اجرای انواع مختلف راهکارها، اهداف را متعادل کنند. نظریه بازی ابزاری قوی برای تحلیل تصمیم‌گیرندگان است که در دهه‌های اخیر به طور گسترده در مسائل نظامی و امنیتی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در واقع آنچه در بازی جنگ اهمیت دارد بحث تصمیم و تصمیم‌گیری است که در یک حالت، نظریه بازی جنگ از روش‌های ریاضی برای تحلیل تصمیم‌گیری‌ها در محیط‌های رقابتی و در شرایط تضاد و تعارض استفاده می‌کند. هدف نظریه بازی جنگ تعیین رفتار بازیکن تصمیم‌گیرنده است به طوری که منافع

بازیکن در مقابل راهبرد حریف بهینه شود. بنابراین مجموعه جواب‌ها را به صورت راهکارهایی برای بازیکنان مشخص کرده و به دنبال تعیین راهکاری است که بهترین عایدی^۱ را در مقابل تصمیم حریف نتیجه دهد. سرهنگ الیور هایوود^۲ در مقاله خود اهمیت نظریه بازی را در تصمیم‌گیری فرماندهی نشان داد. او نبردهای مختلفی از جنگ جهانی دوم را از دید نظریه بازی بررسی کرد و نتیجه گرفت که تصمیم دکترین نظامی مشابه با جواب به دست آمده از نظریه بازی است و به مرور در تصمیم‌گیری‌های نظامی از این نظریه استفاده گردید (Haywood, ۱۹۸۹).

در تدابیر فرماندهی معظم کل قوا آمده است: "فرض‌های نظامی متقن و علمی، با کار علمی کشف کنید که اگر کشوری بخواهد حمله کند، چگونه حمله می‌کند؟ کجاها پشتیبانی می‌کنند؟ کجاها را ممکن است ببندد و بمباران کند؟ (نیات، راهکارها و مهم‌ترین راهکارهای دشمن) بمباران تعیین کننده نیست، چیزی که تعیین کننده است، اینهاست که ببینید نقشه او چه خواهد بود؟ این را پیدا کنید و برای هر فرضی و هر احتمالی راهکار و راه حلی پیدا کنید (هدف‌گذاری و اتخاذ تدبیر) اینها به نظر من دو کار مهم است". هدف از نگارش این مقاله ارائه یک الگوی مبتنی بر مدل تصمیم‌گیری چند معیاره با منطق فازی در نظریه بازی جنگ زمینی در محیط‌های رقابتی است که با توسعه توان تصمیم‌گیری و تصمیم‌سازی در بازی جنگ با معادلات ریاضی و استفاده از این توان در دنیای واقعی می‌توان با تعیین راهکاری که بهترین عایدی را در مقابل تصمیم حریف دارد به نتیجه مطلوب در یک جنگ نائل آمد. با توجه به رویکرد پیشنهادی، ابتدا اهداف، برای تعیین اهمیت آنها ارزیابی می‌شوند. سپس، راهکارهای بازیگران برای همه ترکیب‌هایشان با توجه به هر هدف، ارزیابی می‌شوند

و ماتریس‌های بازده تصمیم‌گیری با کاربردهای ریاضی منطق فازی محاسبه می‌شوند. در مرحله بعدی، این ماتریس‌ها به ماتریس بازده تصمیم نهایی تبدیل می‌شوند. در نهایت، راهکارهای بهینه و احتمالات آنها پیدا می‌شود.

بیان مسأله

یکی از اقدامات تعیین کننده در نتایج عملیات های نظامی که تمام فرماندهان به طور مداوم با آن سروکار دارند "تصمیم‌گیری" می‌باشد. از اینرو تصمیم‌گیری یکی از مهم‌ترین موضوعات مورد بررسی در تحقیقات نظامی بشمار می‌رود. یکی از چالش‌های موجود در این بحث وجود عدم قطعیت در محیط‌های جنگی می‌باشد که تاثیرات مخربی بر کیفیت و دقت تصمیم‌گیری می‌گذارد. بنابراین ضرورت تصمیم و تصمیم‌گیری به خصوص در میان فرماندهان نظامی برهمگان واضح است و به منظور توسعه این توانمندی از روش‌هایی از جمله بازی جنگ استفاده می‌کنند. بازی جنگ در دنیای کنونی به اشکال مختلف (روش دستی محدود، با استفاده فناوری مدرن^۱ و تحقیق در عملیات^۲) انجام می‌گیرد (حسن پور، ۱۳۹۸).

به هرحال این مسئله مطرح است ایفای نقش بازی جنگ در ارتقا توان تصمیم‌گیری فرماندهان نظامی چگونه است. بازی جنگ ابزاری است کمک می‌کند از بین راه‌های کار مختلف، بهترین راهکار انتخاب و تصمیم اتخاذ گردد. فرمانده به عنوان اصلی‌ترین رکن در سامانه فرماندهی و کنترل هست که باید تصمیم بگیرد و بداند تصمیماتش چه نتایجی به بار خواهد آورد. بازی جنگ از ارزش و اهمیت بالایی برخوردار است زیرا تصمیمات فرمانده

۱- سامانه بازی جنگ با بهره‌گیری از فناوری مدرن و سایر سیستم‌ها مانند GIS و ... در دستور کار نیروهای مسلح قرار گرفته و برنامه‌های نسبتاً خوبی با رشد چشمگیر در حال اجراست.

۲- operation research: تحقیق در عملیات اولین بار توسط ارتش آمریکا در جنگ جهانی دوم مورد استفاده قرار گرفت.

در میدان کارزار در موفقیت یا شکست نیروها تعیین کننده بوده و باعث ارتقاء مهارت رزمی، افزایش قدرت تحلیل، چابکی ذهن فرماندهان و ستاد آنان می‌شود. در این مطالعه تلاش کردیم با بررسی الگوی مبتنی بر مدل تصمیم‌گیری چند معیاره با منطق فازی در نظریه بازی جنگ دریچه‌ای جدید بر این موضوع باز کنیم که زمینه ساز مطالعات و تحقیقات آتی بر روی این موضوع شود. با این اوصاف، محقق به دنبال پاسخگویی به این سؤال است؛ بازی جنگ زمینی مبتنی بر مدل تصمیم‌گیری چند معیاره با منطق فازی در ارتقاء قدرت تصمیم‌گیری در سامانه فرماندهی و کنترل چه نقشی دارد؟

اهمیت و ضرورت پژوهش

یکی از مهم‌ترین وظایف هر فرمانده در رویارویی با حوادث و مسائل محیطی، تصمیم‌گیری صحیح است. فرماندهان برای طرح ریزی منطقی، عمیق و مبتنی بر واقعیت‌گرایی یک عملیات نظامی و تجسم میدان نبرد و در نهایت رسیدن به یک نتیجه مطلوب، نیاز به تجزیه و تحلیل اطلاعاتی و اتخاذ تصمیم‌گیری و تدبیر صحیح می‌باشند. این تصمیم‌گیری را می‌توان با تمرین‌های بازی جنگ که در واقع ایجاد یک جنگ تصنعی بدون تلفات و هزینه‌های سنگین است انجام داد. به بیان بهتر، موفقیت و شکست هر عملیات به بازی جنگ وابسته است و در نظر نگرفتن این مهم باعث می‌شود که طرح‌ها و پیوست‌ها از دقت لازم برخوردار نباشند و ضرر و زیان و خسارات جبران ناپذیری متوجه سازمان‌های خواهد شد. مدل‌های مختلفی برای انجام بازی جنگ وجود دارد که در این پژوهش مدل تصمیم‌گیری چند معیاره با منطق فازی که با کاربرد قوانین ریاضی، خطاهای رایج در بازی جنگ را تا حد زیادی کاهش می‌دهد. بنابراین انجام این تحقیق به تولید دانش و چارچوب مدون منجر خواهد شد به گونه‌ای که فرماندهان و طراحان نظامی از نتایج حاصله در طراحی و رزم آزمایشی عملیات بهره‌برداری نمایند.

پیشینه پژوهش

حسن پور (۱۳۹۹) در مقاله‌ای تحت عنوان "نقش بازی جنگ در ارتقا توان تصمیم‌گیری فرماندهان نیروهای مسلح"، با ارائه تحقیق به این نتیجه رسیده است که بازی جنگ ابزار قدرتمند تصمیم‌گیری بوده و نظامیان، طراحان و فرماندهان نیروهای مسلح را قادر می‌سازد راه‌های کار خودی و دشمن را تحلیل نمایند و با تدوین سناریوهای پیچیده در صحنه رزم، هنر جنگیدن، توان پیشبینی، قدرت تحلیل و تصمیم‌گیری را ارتقا بخشند.

بیگدلی (۱۳۹۸) در مطالعه‌ای با عنوان "مدل سازی مسائل جنگ الکترونیک با استفاده از بازی مجموع صفر" به این نتایج در تحقیق رسیده است که روش‌های تحقیق در عملیات به طور گسترده در کاربردهای نظامی استفاده می‌شود. نظریه بازی شاخه‌ای از تحقیق در عملیات است و به دو بخش عمده بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه طبقه بندی می‌شود. در این مقاله دو کاربرد خاص نظریه بازی غیرهمکارانه در جنگ الکترونیک مورد بررسی قرار می‌گیرد. این نبرد به صورت خاص و در یک مدل بازی مجموع صفر دونفره با تصمیم‌گیری همزمان بازیکنان مدل سازی می‌شود. مدل بازی با تعیین راهبردهای محض و ماتریس عایدی بازی طراحی می‌گردد. سپس نحوه تعیین راهبردهای آمیخته بهینه بازیکنان مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مسأله به صورت بازی مجموع صفر مدل سازی می‌شود. در ادامه به مطالعه تخصیص منطقی منابع در حمله هوایی با وجود عدم قطعیت نسبت به توانایی‌های دشمن با استفاده از نظریه بازی‌های غیرهمکارانه پرداخته می‌شود. این مسأله نیز با استفاده از مدل بازی‌های مجموع صفر تشریح می‌گردد. رزم نامه‌های مختلف در موقعیت‌های مشابه مورد بررسی قرار گرفته و نحوه تعیین راهکار بهینه بازیکنان تشریح می‌گردد.

تعاریف و اصطلاحات

بازی: به شرایطی که در آن تصمیم هر فرد بر تصمیم فرد دیگر تأثیر بگذارد و تمام افرادی که در آن شرایط قرار دارند به این نکته واقف باشند، بازی گفته می‌شود (زعمری، ۱۳۹۰: ۵). جنگ: کنش خشونت آمیز، مسلحانه و قاعده مند بین گروه‌های سازمان یافته‌ای است که با اهداف سیاسی رو در روی هم قرار گرفته‌اند (کاوه جلی و حسینی، ۱۳۸۹: ۱۲).

تصمیم گیری: تصمیم به معنای انتخابی خودآگاه است که به شخص این امکان را می‌دهد تا بر اساس امکانات و شرایط ایجاد شده و منابع موجود و طرز تفکر مربوط به مجموعه تحت امر، یک گزینه مطلوب‌تر را از میان سایر گزینه‌های انتخاب کرده و اجرا کند. تصمیم‌گیری انتخاب یک یا چند اولویت از میان اولویت‌های با رتبه بالا در انتخاب است (Chen, ۲۰۱۲). در محیط‌های نظامی، فرآیند تصمیم سازی و تصمیم‌گیری عبارت است از: آنچه پس از تجزیه و تحلیل مسئله یا موضوع مورد نظر و تطابق آن با آییننامه‌ها، خط مشی‌ها و روش‌های جاری یگان به وقوع می‌پیوندد تا در انتها، فرمانده تصمیم خود را برای اجرا، اعلام نماید (رودسرابی، ۱۳۹۹: ۶۰).

مدل‌های تصمیم گیری: در مدل‌های تصمیم‌گیری می‌توان برای پیش بینی در تصمیم‌گیری از آن‌ها استفاده کرد. تصمیم گیرنده می‌تواند مدلی را در نظر گرفته و سپس به کمک آن نتایج مختلف را، که از تصمیم‌های گوناگون حاصل می‌شوند مورد بررسی قرار داده و با به کارگیری مدل مطلوب‌ترین تصمیم را اتخاذ نماید (احمدزاده فرد و عابدزاده، ۱۳۹۹: ۹۱).

۱) مدل‌های کلامی

۲) مدل‌های ترسیمی

۳) مدل‌های تجسمی

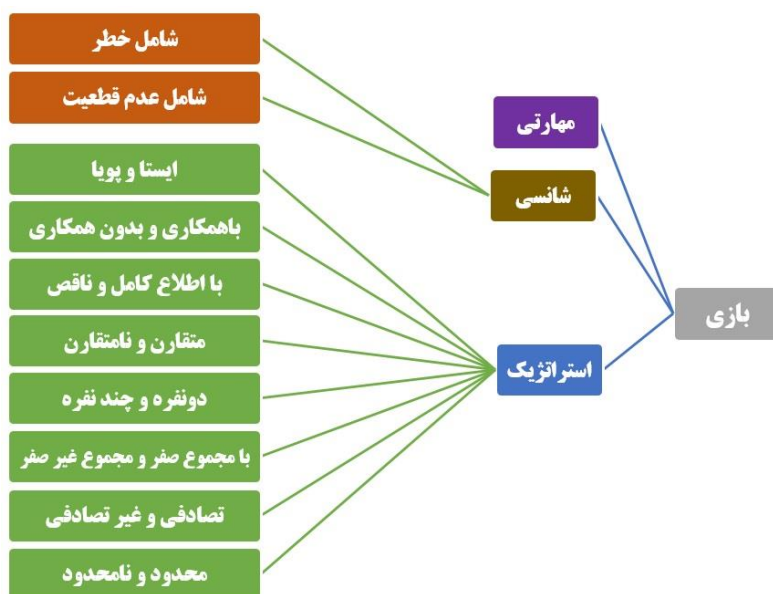
۴) مدل‌های ریاضی

بازی جنگ: بازی جنگ تلاشی است برای قرار گرفتن در آینده از طریق درک بهتر گذشته. بازی جنگ ترکیبی است از بازی، تاریخ و علم. بازی جنگ تلاشی آگاهانه برای ترسیم مسیر عملیات، قوت‌ها و ضعف‌های نیروهای خودی و دشمن و راهکارهای ممکن، منطقه عملیات و دیگر جنبه‌های محیط عملیاتی است. در حالت کلی بازی‌ها را می‌توان به ۳ گروه زیر دسته بندی نمود که در شکل ۱ نشان داده شده است (غلام نژاد، ۱۳۹۹: ۱۰۱):

(۱) بازی‌های مهارتی

(۲) بازی‌های شانسی

(۳) بازی‌های استراتژیک



شکل ۱. دسته بندی انواع بازی‌ها

الف) بازی‌های مهارتی: بازی‌های یک نفره‌ای که در آن، بازیکن، کنترل تمام پیامدها را بر عهده دارد، مانند جلسه آزمون.

ب) بازی‌های شانس: بازی‌های یک نفره‌ای هستند که در آن بر خلاف بازی‌های مهارتی، بازیکن کنترل کاملی بر پیامدها ندارد و در واقع بخشی از رخدادهای بازی‌های شانس، مبتنی بر انتخاب بازیکنان است و در واقع مبتنی بر عدم قطعیت می‌باشند. بازی‌های شانس به دو گروه زیر تقسیم بندی می‌شوند:

۱) بازی شانس شامل خطر: در این نوع بازی، بازیگر می‌تواند احتمالی را به هر یک از حرکت‌های طبیعت و نتایج هر کدام از اعمال خود، اختصاص دهد. این گروه از بازی‌ها می‌توانند با استفاده از مفهوم ریاضی حل شوند. هنگامی که مقدار مطلوبیت مورد انتظار، در بازی‌های باخطر، به کمک بازیکن بیاید، نسبت به ریاضی، قاعده بهتری است. در واقع نظریه مطلوبیت فرض می‌کند که تصمیمات بر اساس اینکه چه نتایجی برای بازیکن و به جای تابع هدف خود، ارزشمند است، ساخته می‌شود. اگرچه بطور قطع در برخی مواقع، مقدار نتایج نهایی ساده، معادل با مقدار مطلوبیت است. علاوه بر این هر دو مفهوم دارای برخی زمینه‌های مشترک هستند. به عنوان نمونه، یک مقدار کوچک‌تر هرگز نمی‌تواند مطلوبیت یا نتیجه نهایی بزرگ‌تر از یک مقدار بزرگ‌تر از خود را داشته باشد.

۲) بازی‌های شانس شامل عدم قطعیت: در این گروه از بازی‌ها، مانند بازی شامل خطر، یک بازیکن در مقابل طبیعت قرار می‌گیرد، اما بر خلاف بازی شامل خطر، بازیکن نمی‌تواند احتمالی را به حرکت‌های طبیعت اختصاص دهد. سه پیشنهاد برای تصمیم‌گیری در چنین حالتی وجود دارد:

➤ اصل بیشینه-بیشینه: بازیکن استراتژی را اتخاذ می‌کند که دارای بیشترین نتیجه نهایی باشد. این رویکرد خیلی خوشبینانه بوده و قابل قیاس با استراتژی ریسک‌پذیری است.

➤ اصل بیشینه-کمینه: در واقع اشار به این دارد که بازیکن از بدترین نتیجه نهایی ممکن اجتناب می‌کند. به عبارت دیگر بازیکن باید استراتژی را اتخاذ کند که بدترین سناریو را

ارائه می‌کند و این یک رویکرد استراتژی خیلی بدبینانه ریسک‌گریز است و بدون توجه به بزرگی منفعت آن را نادیده می‌گیرد.

➤ اصل کمینه-بیشینه: در واقع اشاره به این دارد که بازیکن از استراتژی که بیشترین پشیمانی را به همراه دارد، اجتناب می‌کند و در واقع نقطه تعادل بین خیلی خوشبینانه و خیلی بدبینانه است.

پ) بازی‌های استراتژیک: بازی‌های دو یا چند نفرهای هستند که در آن هر بازیکن، کنترل جزئی بر روی نتایج دارد. این نوع از بازی، به گروه‌های زیر دسته بندی می‌شوند:

➤ Max-Max

➤ Max-Min

➤ Min-Max

۱) بازی‌های ایستا و پویا: در بازی‌های ایستا، حرکت بازیکنان بصورت ترتیبی می‌باشد، مانند: شطرنج. اما در بازی‌های پویا، بازی با حرکت همزمان چند بازیکنان انجام می‌شود و هیچکدام از بازیکنان در مورد نحوه بازی حریف، اطلاعی ندارند.

۲) بازی‌های باهمکاری یا بدون همکاری: در بازی‌های با همکاری، بازیکنان می‌توانند در هنگام بازی و یا قبل از آن، ارتباط آزاد داشته باشند، در صورتی که در بازی‌های بدون همکاری این امکان وجود ندارد. این نوع بازی‌ها دارای ساختار پیچیده‌ای هستند.

۳) بازی با اطلاع کامل و ناقص: در بازی با اطلاعات کامل، تصمیم هر بازیکن مبتنی بر تمام حرکات قبلی سایر بازیکنان است، مانند شطرنج. اما اگر بازیکن به دلایلی، مجموعه‌ای از اطلاعات را در اختیار نداشته باشد، آن بازی با اطلاعات ناقص نامیده می‌شود.

۴) بازی با اطلاعات متقارن و نامتقارن: در بازی با اطلاعات متقارن، هیچکدام از بازیکنان،

اطلاعات بیشتری نسبت به سایرین ندارند و با جابه‌جایی استراتژی دو بازیکن، رخدادهای آنها تغییر نمی‌کند، اما در بازی با اطلاعات نامتقارن، تعدادی از بازیکنان اطلاعات بیشتری نسبت به سایرین دارند.

۵) بازی‌های دونفره و چند نفره: در بازی‌های دونفره تنها دو بازیکن مشغول رقابت هستند، اما در بازی‌های چند نفره، گروهی از افراد در حال رقابت بایکدیگر هستند.

۶) بازی‌های با مجموع صفر و مجموع غیر صفر: در بازی‌های با مجموع صفر، ارزش بازی در فرآیند بازی، ثابت می‌ماند (کاهش یا افزایش نمی‌یابد) و سود یک بازیکن با زیان بازیکن دیگر همراه است. اما در بازی‌های مجموع غیر صفر، راهبردهایی موجود است که برای تمامی بازیکنان سودمند است.

۷) بازی‌های تصادفی و غیر تصادفی: در بازی‌های غیر تصادفی، فرآیند بازی بصورت منطقی دنبال می‌شود اما در بازی‌های تصادفی، فرآیند بازی مبتنی بر تصادفی و اتفاقی می‌باشد.

۸) بازی‌های محدود و نامحدود: در بازی‌های محدود، تعداد بازیکنان و استراتژی هر بازیکن محدود می‌باشد. اما در بازی‌های نامحدود بازیکنان استراتژی‌های نامحدودی دارند (غلام‌نژاد، ۱۳۹۹: ۱۰۱).

تحقیق در عملیات: تحقیق در عملیات در آغاز جنگ دوم جهانی به منظور پیدا کردن راه حل مشکل تخصیص منابع در عملیات نظامی بریتانیا و آمریکا شکل گرفت. ارتش این دو کشور گروهی از دانشمندان در زمینه‌های گوناگون را فراخواندند تا به منظور تخصیص منابع در عملیات نظامی مطالعه کنند. برخی از تحلیل‌گران بر این عقیده‌اند که به کارگیری از این رویکرد نوین موجب پیروزی متفقین در جنگ جهانی دوم شد. تحقیق در عملیات شامل مدل‌های ریاضی است که یا در خود این رشته ابداع شده است و یا این که با استفاده از

رشته‌های دیگری همانند ریاضیات، آمار، هندسه و غیره ایجاد گردیده است. بعد از پایان یافتن جنگ، این دانش به سرعت در رشته‌های اقتصاد، تجارت، صنعت، خدمات و غیره به کار گرفته شد و در سالهای بعد از جنگ جهانی دوم به پیشرفتهای چشمگیری نائل آمد. تحقیق در عملیات اینگونه تعریف شده است: بررسی و تحلیل مشکلات و راه کارهای نظامی با مبنای علمی توسط فرماندهان و عوامل ستادی برای بهبود عملیات تحقیق در عملیات یک تکنیک ریاضی است برای فرماندهان و مدیران تا بتوانند از طریق اطلاعات عددی و بر اساس یک تکنیک علمی تصمیم بگیرند (مرادیان، ۱۳۸۹: ۱۱۵). در مجموع می‌توان گفت: تحقیق در عملیات رویکردی است سیستمی و منطقی که از آن برای حل مسائل گوناگون استفاده می‌شود. این رویکرد مشابه تکنیکی است که به آن تکنیک علمی می‌گویند.

نظریه مجموعه‌های فازی

نظریه مجموعه‌های فازی برای حل مسائل نامشخص و غیردقیق توسعه یافته و به عملگرهای ریاضی اجازه می‌دهد تا در مجموعه‌های فازی اعمال شوند (کافمن و گوپتا، ۱۹۹۱). یک مجموعه فازی با یک تابع مشخصه مشخص می‌شود که به هر موضوعی یک درجه عضویت در محدوده صفر تا یک اختصاص می‌دهد. مجموعه فازی را می‌توان با $\tilde{A}$ و تابع عضویت را با $\mu_{\tilde{A}}(x)$ نشان داد (چن و هوانگ، ۱۹۹۲). $\mu_{\tilde{A}}(x)$ یک عدد واقعی بین بازه $[0, 1]$ است. عضویت هر عنصر " x " با درجه فازی این عنصر تعریف می‌شود. به موارد مبهم مقادیری بین ۰ و ۱ اختصاص داده شده است.

متغیرهای زبانی فازی

قضایات‌های انسان چنان مبهم است که ممکن است نتوان آنها را با اعداد دقیق نشان داد. به طور کلی، داده‌های واضح برای مدل‌سازی موقعیت‌های واقعی، ناکافی هستند. رتبه بندی و

وزن معیارها را می‌توان با استفاده از متغیرهای زبانی ارزیابی کرد (بلمن و زاده، ۱۹۷۰). بر اساس نظریه مجموعه‌های فازی ارائه شده، مجموعه فازی زمانی به متغیر زبانی تبدیل می‌شود که با کلمات توصیفی اصلاح شود. متغیر زبانی متغیری است که مقادیر آن (تفسیر) عبارت‌های زبانی طبیعی است که به معناشناسی متنی متغیر اشاره دارد (راس، ۲۰۰۴). مفهوم متغیر زبانی ابزاری برای توصیف تقریبی پدیده‌هایی است که بسیار پیچیده یا بد تعریف شده‌اند و نمی‌توان آن‌ها را در شرایط کمی متعارف، توصیف کرد. متغیر زبانی با مقادیری مانند درست، بسیار درست، کاملاً درست، نه خیلی درست، نادرست و غیره به چیزی منجر می‌شود که منطق فازی نامیده می‌شود (زاده، ۱۹۷۵). متغیر زبانی به عنوان متغیری تعریف می‌شود که مقادیر آن، اصطلاحات زبانی است (زیمرن، ۱۹۸۵). متغیرهای زبانی در موقعیت‌هایی که مسائل تصمیم‌گیری خیلی پیچیده هستند یا با عبارات کمی مرسوم به خوبی تعریف نشده‌اند، مفید هستند (لی و یانگ، ۲۰۰۴). مقادیر زبانی را می‌توان با استفاده از انواع مختلف اعداد فازی نشان داد. مقیاس‌های تبدیل برای تبدیل اصطلاحات زبانی به اعداد فازی اعمال می‌شود (چن و هوانگ، ۱۹۹۲).

اعداد فازی

اعداد فازی مجموعه‌های فازی استاندارد هستند که بر روی مجموعه اعداد حقیقی تعریف شده‌اند و مجموعه α برای همه $\alpha \in (0, 1)$ ، بازه‌های بسته اعداد حقیقی هستند. اعداد فازی مثلثی^۱ نوع خاصی از اعداد فازی هستند و با سه اعداد واقعی (a_l و a_m و a_u) مشخص می‌شوند. پارامتر a_m میانگین کران متوسط اعداد فازی و a_l و a_u کران‌های پایین و بالایی هستند که حوزه ارزیابی ممکن را محدود می‌کنند.

تجميع اعداد فازى

اگر فرض كنيم كه يك گروه تصميم‌گيرى داراى تصميم‌گيرندگان " k " است، رتبه بندى فازى هر تصميم‌گيرنده را مى‌توان به صورت يك عدد فازى مثلثى با تابع عضويت $\mu_{\tilde{R}_k}(x)$ نشان داد. يك روش موثر، بايد محدوده رتبه بندى فازى هر تصميم‌گيرنده در نظر گرفته شود. محدوده رتبه بندى فازى بايد شامل محدوده رتبه بندى هاى فازى همه تصميم‌گيرندگان باشد. اگر رتبه‌بندى‌هاى فازى $\tilde{R}_k(a_k, b_k, c_k)$ و K و ... و ۳ و ۲ و ۱ $k = 1$ باشند، رتبه‌بندى فازى جمع‌آورى شده را مى‌توان به صورت زير تعريف كرد (چن و همكاران، ۲۰۰۶).

$$\tilde{R}(a \text{ و } b \text{ و } c) \quad \text{معادله ۱}$$

$$k = 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots \text{ و } K$$

$$a = \min\{a_k\}$$

$$b = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K b_k$$

$$c = \max\{c_k\}$$

فازى زدائى اعداد فازى مثلثى

فازى زدائى براى تبديل اعداد فازى به مقادير واضح استفاده مى‌شود. اين روش مى‌تواند براى فازى سازى متغيرهاى زبانى كه براى ارزشيابى اهميت اهداف و مقايسه راهكارها بر اساس اين اهداف مورد استفاده قرار مى‌گيرند، استفاده شود. بر اساس اين روش، مقدار غيرفازى شده را مى‌توان براى اعداد فازى مثلثى $\tilde{A}(a \text{ و } b \text{ و } c)$ به صورت معادله زير دست آورد:

$$R(A_i) = \frac{a+4b+c}{6} \quad \text{معادله ۲}$$

نظریه بازی

نظریه بازی یک فرآیند تصمیم‌گیری چند نفره یا تجزیه و تحلیل تصمیم‌گیری است. فرض بر این است که بازیگران در مورد موقعیت و راهکارهای حریف اطلاعات دارند. اما اغلب اوقات، به دلیل پیچیدگی موقعیت واقعی، نمی‌توان همه راهکارها را به طور ضمنی تدوین کرد (لاو و پان، ۲۰۰۸). یک نظریه بازی شامل مجموعه‌ای از بازیگران، راهکار برای هر بازیکن و بازدهی برای هر ترکیب راهکار است. اگر یک موقعیت تعاملی وجود دارد که به عنوان یک بازی توصیف می‌شود، یک تحلیل رسمی باید راهکارهای بهینه را برای بازیگران پیدا کند و نتیجه مورد انتظار بازی را تعیین کند. یک راه حل برای بازی، ترکیب معینی از راهکارها است. همچنین نظریه بازی توضیحی برای فرمول بندی ساختار، تحلیل و درک خط راهکار است (تروسی و استنگل، ۲۰۰۱).

مسائلی که در مفهوم نظریه بازی‌ها وجود دارد، مسائل تصمیم‌گیری است که در آن تصمیم‌گیرنده تحت تأثیر تعامل قرار می‌گیرد و باید موقعیت‌های رقیب خود و مزایای آن را در نظر بگیرد. این نظریه از اصطلاحات نظری و ابزارهای ریاضی خاصی با هدف تحلیل و تعریف مسائل زندگی واقعی به روشی ساده استفاده می‌کند (مک ایتناش، ۲۰۰۲). نظریه بازی‌های کلاسیک به نحوه رفتار افراد واقعی در مواجهه با ماتریس‌های بازده مشخص مربوط می‌شود که عموماً شناخته شده نیستند و به راحتی به دست می‌آیند. نرم افزارهای نمونه‌ای برای به دست آوردن مقادیر ماتریس‌های بازده در ادبیات وجود دارد. (مک ایتناش، ۲۰۰۲)، اثرات درجه و اولویت اطلاعات را در گزینه‌های راهکار و تصمیم‌گیری بررسی می‌کند. در این تحقیق از درجه اطلاعات و اولویت برای محاسبه مقادیر ماتریس بازده بازی دو نفره استفاده شده است. کانت ول در مطالعه خود کاربرد نظریه بازی‌ها را در فرآیند تصمیم‌گیری نشان می‌دهد (کانت ول، ۲۰۰۳). بازی دو نفره صفر برای تجزیه و تحلیل راهکارهایی به نام

میدان عمل برای هر بازیکن استفاده می‌شود. مید جنگ دوم عراق را در مفهوم نظریه بازی بررسی می‌کند (مید، ۲۰۰۵). در این رویکرد، یک بازی دو نفره با تمرکز بر مزیت‌های راهکار برای آمریکا و عراق تدوین شده است (براون و همکاران، ۲۰۱۱). یک مدل نظری بازی دو نفره با جمع صفر به نام باستون^۱ برای هدایت استفاده از سکوهاى جنگى ضد زیردریایی (کشتی‌ها و هواپیماها) ایجاد کردند. آنها یک مثال بازی با مجموع صفر دو نفره را با چند متغیر اضافی پیشنهاد می‌کنند که تحت کنترل حداکثر مدافع و حداقل مهاجم است. لی (۲۰۱۲) از نظریه بازی به عنوان ابزاری جایگزین برای تجزیه و تحلیل تعامل راهکارک بین توسعه اقتصادی (استفاده از زمین و توسعه) و حفاظت از محیط زیست (کیفیت آب) استفاده می‌کند. این مطالعه بر توسعه یک مدل نظریه بازی چند هدفه برای متعادل کردن نگرانی‌های اقتصادی و زیست‌محیطی در مدیریت حوضه آبخیز متمرکز است. هملینی و همکاران (۲۰۱۴) در مورد چگونگی ترکیب روش‌های کمی و کیفی از طریق بازی جنگ بحث می‌کنند. آنها سعی کردند مزایای ترکیب مطالعات کمی و کیفی را در چارچوب یک بازی جنگ تحقیقاتی شناسایی کنند. واضح است که علاوه بر مقادیر عینی، نیاز شدیدی به جبری سازی و تبدیل قضاوت‌های ذهنی به مقادیر عددی وجود دارد. نظریه بازی‌ها، کاربردهای ریاضی فازی که در این پژوهش به کار رفته‌اند، ابزار مهمی برای ترکیب روش‌های کمی و کیفی برای یافتن راهکار بهینه در فرآیند تصمیم‌گیری نظامی هستند.

ماتریس بازدهی و راهکارهای بهینه

به دلیل محاسبه راحت‌تر، بازی دو نفره صفر به عنوان رایج‌ترین روش در ادبیات نظریه بازی‌ها استفاده می‌شود. این یک نمایش ریاضی از موقعیتی است که در آن دو بازیکن وجود

^۱ BASTION

دارد و عایدی یک بازیکن برابر با باخت دیگری است:

جدول ۱: ماتریس بازدهی بازی

		بازیکن ستونی ^۱				
		احتمال	y_1	y_2	$\dots$	y_n
بازیکن سطری ^۲	احتمال	راهکار	1	2	$\dots$	n
	x_1	۱	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}
	x_2	۲	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2n}
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
	x_m	m	a_{m1}	a_{m2}	$\dots$	a_{mn}

یک بازی که تعادل نش داشته باشد، بازی پایدار نامیده می شود. تعادل نش، یک نقطه حائلی است که تا زمانی که بازیکن دیگر بدون تغییر باقی بماند، هیچ بازیکنی نمی تواند با تغییر، راهکار بیشتر به دست آورد. تعادل نش نقطه ای است که در آن معادله زیر برآورده می شود.

معادله ۳ $\text{Maximum (Row Minimum)} = \text{Minimum (Column Maximum)}$

مفهوم ماکسی مین به عنوان روش بدبینانه یا محافظه کارانه معروف است. زیرا راهبرد بهینه را به بدترین حالت های ممکن سناریو تعیین می کند. این روش برای بازیکن آبی یک جواب را فراهم می کند با این فرض که دشمن بهترین عملکرد را انتخاب می کند. لذا بازیکن دوست

1 -Column Player

2 -Row Player

سعی می‌کند از میان مینیمم بازدهی‌های ممکن ماکسیمم را انتخاب کند. توجه داشته باشید که بازیکن دشمن سعی بر این دارد که دستاوردهای بازیکن دوست را کاهش دهد لذا بازیکن دوست با این دیدگاه از بازیکن دشمن، برای هر عملکرد دستاورد مینیمم خود را در نظر می‌گیرد و از میان این دستاوردها ماکسیمم را انتخاب می‌کند (محمودی و زارع، ۱۳۹۹: ۸۱). بازی‌ای که تعادل نش نداشته باشد، بازی ناپایدار نامیده می‌شود. در بازی‌های ناپایدار به جای راهکارهای ناب، بازیگران راهکارهای ترکیبی دارند. بازده بازیکن ۱ زمانی که هر دو بازیکن به طور بهینه بازی کنند به عنوان ارزش بازی نامیده می‌شود (هیلیر و لیبرمن، ۲۰۰۱). توزیع احتمال راهکارهای بازیگران (امکان استفاده برای هر راهکار) و ارزش مورد انتظار بازی با استفاده از معادلات زیر محاسبه می‌شود:

$(m \text{ و } \dots \text{ و } 3 \text{ و } 2 \text{ و } 1 = i)$: احتمال راهکار i ام بازیکن سطری x_i

$(n \text{ و } \dots \text{ و } 3 \text{ و } 2 \text{ و } 1 = j)$: احتمال راهکار j ام بازیکن ستونی y_j

وقتی که یک بازیکن باید یک راهکار انتخاب کند:

$$\sum_{i=1}^m x_i = 1 \quad \text{و} \quad \sum_{j=1}^n y_j = 1 \quad (\text{جمع احتمال راهکارها})$$

راه حل بازی با راهکارهای ترکیبی با توجه به معیارهای حداکثر و حداقل می‌باشد. بنابراین، ارزش بازده مورد انتظار بازیکن A در ستون‌ها و ارزش بازده مورد انتظار بازیکن B در ردیف‌ها حداکثر می‌شود. مدل‌های بازیکن به شرح زیر ارائه شده است (ارسلان، ۲۰۰۶).

$$\max \left[\min \left(\sum_{i=1}^m a_{i1} x_i \text{ و } \sum_{i=1}^m a_{i2} x_i \text{ و } \dots \text{ و } \sum_{i=1}^m a_{im} x_i \right) \right] \quad (\text{راهکار بازیکن سطری})$$

$$\min \left[\max \left(\sum_{j=1}^n a_{1j} y_j \text{ و } \sum_{j=1}^n a_{2j} y_j \text{ و } \dots \text{ و } \sum_{j=1}^n a_{nj} y_j \right) \right] \quad (\text{راهکار بازیکن ستونی})$$

پس از محاسبه مقادیر حداکثر و حداقل مورد انتظار، x_i^* و y_j^* مقادیر بهینه را ارائه می‌دهند:

$$v^* = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i^* y_j^* \quad (\text{مقدار بهینه بازی})$$

در حالی که تولید ماتریس‌های بازده به طور کلی تنها یک هدف در نظر گرفته می‌شود. اما در واقعیت، بازیگران ممکن است بیش از یک هدف با وزن معیارهای مختلف و اولویت‌های متفاوت در شرایط رقابتی داشته باشند.

روش شناسی و مطالعه موردی

در این مطالعه، یک روش نظری بازی منطق فازی برای تصمیم‌گیران توسعه داده شده تا موقعیت را تحلیل کنند و راهکارهای بهینه را مطابق با اهداف متضاد بازیگران در محیط‌های رقابتی پیدا کنند. یک سناریوی نظامی برای نشان دادن کاربرد روش پیشنهادی طراحی شده است که در آن دو نیروی دشمن (قرمز و آبی) در یک میدان با هم روبرو می‌شوند. اگرچه سناریو کلی است، اما از کارشناسان خواسته شد تا با توجه به دانش و تجربیات تاکتیکی خود وضعیت را ارزیابی کنند.

روش شناسی

در این مطالعه، روشی برای ادغام اهداف متضاد بازیکن پیشنهاد شده است. ارزیابی‌های تصمیم‌گیرندگان که با رویکرد نظریه بازی‌ها تولید می‌شوند، برای یافتن راهکارهای بهینه ترکیب می‌شوند. ارزیابی‌های ذهنی و نظرات مرتبط با تجربیات کارشناسان توسط کاربردهای ریاضی منطق فازی به مقادیر عددی تبدیل می‌شوند. فرآیند روش پیشنهادی در شکل ۱ ارائه شده است.



شکل ۲. رویکرد نظری بازی دو نفره ادغام شده با جمع صفر

مطالعه موردی

مطالعه موردی برای ارائه کاربرد روش شناسی شامل یک سناریوی رزمی تاکتیکی عمومی است. بر اساس موقعیت در سناریو، نیروهای آبی در موقعیت حمله هستند در حالی که قرمزها در حال دفاع از یک زمین هستند. اثرات محیطی زمین و شرایط آب و هوایی است.

مرحله ۱. تجزیه و تحلیل موقعیت

در فرآیند تصمیم‌گیری نظامی، تجزیه و تحلیل موقعیت برای یافتن بهترین مسیر عمل با توجه به شرایط اهمیت حیاتی دارد. این مرحله شامل آگاهی موقعیتی و ارزیابی تمامی عوامل محیطی بر اساس اطلاعات رزمی است.

مرحله ۲. تعیین هدف و راهکار

پس از آشکار شدن وضعیت، ماموریت تحلیل و بیان می‌شود. بخش مهم تجزیه و تحلیل ماموریت، توصیف اهداف و راهکارها (مسیر اقدامات) است. با توجه به نتایج تحلیل موقعیت، اهداف و راهبردهای تحقق اهداف تعیین می‌شود. اهداف نیروهای آبی را می‌توان

به شرح زیر فهرست کرد:

- O_1 (هدف اول نیروهای آبی): به حداکثر رساندن تلفات نیروهای قرمز.
 - O_2 (هدف دوم نیروهای آبی): تصرف زمین تحت اشغال نیروهای قرمز.
 - O_3 (هدف سوم نیروهای آبی): به حداقل رساندن تلفات انسانی، سلاح، عده و عده.
- در حالی که نیروهای آبی می‌خواهند تحقق این اهداف را به حداکثر برسانند، برعکس، نیروهای قرمز قصد دارند آنها را به حداقل برسانند. راهکارهای (course of actions-COA) بازیگران (آبی و قرمز) برای موفقیت اهداف در زیر ارائه شده است:
- راهکارهای آبی^۱ عبارتند از:

- BS_1 (راهکار اول نیروهای آبی): حمله با آتش
- BS_2 (راهکار دوم نیروهای آبی): حمله از جناح چپ
- BS_3 (راهکار سوم نیروهای آبی): حمله از جناح راست
- BS_4 (راهکار چهارم نیروهای آبی): حمله توسط نیروهای هوایی
- BS_5 (راهکار پنجم نیروهای آبی): حمله از جلو

راهکارهای قرمز^۲ عبارتند از:

- RS_1 (راهکار اول نیروهای قرمز): دفاع در عمق
- RS_2 (راهکار اول نیروهای قرمز): ضد حمله
- RS_3 (راهکار اول نیروهای قرمز): دفاع رو به جلو
- RS_4 (راهکار اول نیروهای قرمز): عملیات تاخیری

1 -Blue's strategies (BS)

2 -Red's strategies (RS)

مرحله ۳. تعیین متغیر زبانی

در این تحقیق از متغیرهای زبانی برای تبدیل قضاوت‌ها و ملاحظات ذهنی استفاده شده است. این متغیرها توسط اعداد فازی مثلثی ارائه می‌شوند و از «بدون اهمیت» تا «بسیار مهم» متغیر هستند. مقیاس اعداد فازی مثلثی نیز با در نظر گرفتن نظرات تصمیم گیرندگان محاسبه می‌شود زیرا آنها گروه ارزیاب‌ها هستند. از این گروه خواسته می‌شود که برای متغیرهای زبانی مقادیر حداقل، معمولی و شدید را تعیین کنند. پس از دریافت ورودی‌ها، میانگین تمام قضاوت‌ها محاسبه و برای ایجاد مقیاسی که در جدول ۲ آورده شده است، تخصیص داده می‌شود.

جدول ۲. اصطلاحات زبانی فازی و اعداد فازی مثلثی

اهمیت ^۱	اعداد فازی مثلثی
خیلی مهم ^۲	VI (0.85 0.95 1.00)
مهم ^۳	I (0.65 0.77 0.86)
معمولی ^۴	M (0.46 0.54 0.65)
کم اهمیت ^۵	L (0.26 0.38 0.46)
بدون اهمیت ^۶	NI (0.12 0.21 0.27)

مقادیر برخی از متغیرهای زبانی در جدول ۲ همپوشانی دارند. برای مثال حداقل مقدار

-
- 1 - Importance
 - 2 -Very Important
 - 3 -Important
 - 4 -Medium
 - 5 -Less Important
 - 6 -Less Important
-

"بسیار مهم" "۰,۸۵" و حداکثر مقدار "مهم" "۰,۸۶" است. از آنجایی که اینها ارائه متغیرهای زبانی با اعداد فازی هستند، می توان از برخی مقادیر برای متغیرهای متوالی استفاده کرد. از سوی دیگر، برای متغیرهای متوالی، مقادیر باید با هم همپوشانی داشته باشند یا حداقل در حد بالا و پایین برسند. علاوه بر این، یک فرض برای حد پایین متغیر "بدون اهمیت" وجود دارد. حد پایین این متغیر با قضاوتها محاسبه می شود و به جای صفر مقدار آن ۰,۱۲ در نظر گرفته می شود.

مرحله ۴. ارزیابی های عینی

در روش شناسی، فرض مهم تنوع اهداف از نظر اهمیت است. با توجه به فرض ما، اهداف باید وزنهای متفاوتی داشته باشند و با همه عوامل محیطی مرتبط با موقعیت قابل تعیین هستند. بنابراین اهداف توسط تصمیم گیرندگان^۱ (DM) با متغیرهای زبانی در جدول ۲ مورد ارزیابی قرار می گیرند. این ارزیابی ها در جدول ۳ در زیر ارائه شده است.

جدول ۲. ارزیابی اهداف با متغیرهای زبانی توسط تصمیم گیرندگان (DM)

DM_{11}	DM_{10}	DM_9	DM_8	DM_7	DM_6	DM_5	DM_4	DM_3	DM_2	DM_1	
L	M	I	M	M	M	M	I	L	NI	L	O_1
VI	I	M	I	I	VI	VI	VI	I	VI	I	O_2
M	M	I	VI	I	VI	VI	I	VI	I	VI	O_3

پس از ارزیابی، این متغیرهای زبانی به اعداد فازی مثلثی تبدیل شده و با استفاده از معادلات ۱ و ۲، وزن^۲ فازی اهداف " O_r " و مقدار غیرفازی^۳ (DV_i) آنها مطابق با جدول ۴ محاسبه شده است. به عنوان مثال برای این محاسبات، عملیات ریاضی برای O_1 در زیر ارائه شده است.

1 - Decision Makers (DM)

2 -Weights

3 - defuzzification values (DV)

$$O_1(a \text{ و } b \text{ و } c) \text{ و } DM_k = 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots \text{ و } 11 \quad a = \min\{a_k\}$$

$$b = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K b_k \quad \text{و} \quad c = \max\{c_k\}$$

$$a = \min\{0.26 \quad 0.12 \quad 0.26 \quad 0.65 \quad 0.46 \quad 0.46 \quad 0.46 \quad 0.46 \quad 0.65 \quad 0.46 \quad 0.26\} \\ = 0.12$$

$$b = \frac{1}{10} (0.38 \quad 0.21 \quad 0.38 \quad 0.77 \quad 0.54 \quad 0.54 \quad 0.54 \quad 0.54 \quad 0.77 \quad 0.54 \quad 0.26) = 0.48$$

$$c = \max\{0.46 \quad 0.27 \quad 0.46 \quad 0.86 \quad 0.65 \quad 0.65 \quad 0.65 \quad 0.86 \quad 0.65 \quad 0.46\} = 0.86$$

$$O_1 = \frac{a + 4b + c}{6} \quad \rightarrow \quad O_1 = \frac{0.12 + (4 \times 0.48) + 0.86}{6} = 0.482$$

جدول ۴. ماتریس وزنی فازی عینی و مقادیر غیرفازی سازی شده (DV_i).

O_r	وزن اهداف				DV_r
O_1	<u>0.12</u>	<u>0.48</u>	<u>0.86</u>		<u>0.482</u>
O_2	0.46	0.83	1.00		0.797
O_3	0.46	0.79	1.00		0.772

همانطور که در جدول ۴ نشان داده شده است، O_2 مهم ترین است ($DV_2=0.797$)

در حالی که O_1 اهمیت کمتری دارد ($DV_1=0.482$).

مرحله ۵. ارزیابی راهکار برای هر هدف

پس از محاسبه اهمیت اهداف، گام بعدی ارزیابی راهبردها و تعیین عملکرد آنها در جهت تحقق هر هدف است. از گروه تصمیم‌گیری خواسته می‌شود که موفقیت راهکارها را برای هر هدف مقایسه و ارزیابی کنند. راهکارهای بازیکن آبی و قرمز متقابلاً با رویکرد نظری بازی مقایسه می‌شود.

در این مرحله راهکارها برای هر هدف تطبیق و مقایسه می‌شوند. هر ترکیب ممکن آزمایش می‌شود. همانطور که در پیوست (جدول ۸) نشان داده شده است، مقادیر اعداد فازی مثلی برای هر مورد با استفاده از معادله ۱ محاسبه می‌شود. سپس، برای ارزیابی هر مورد، وزن‌های فازی راهکارها ($W\tilde{S}O_{ijr}$) با ضرب اسکالر هدف و ارزش‌های ارزیابی راهکار به دست می‌آید. در نهایت با استفاده از معادله ۲ و مقادیر غیرفازی راهکارها ($DW\tilde{S}O_{ijr}$) به دست می‌آیند. پس:

• $W\tilde{S}O_{ijr}$ = وزن‌های فازی راهکارهای بازیگران (با توجه به هدف r ، اگر α_i آلفا i امین) خود را بازی کند و بتا راهکار (j امین) خود را بازی کند.

• $DW\tilde{S}O_{ijr}$ = مقادیر غیرفازی شده $W\tilde{S}O_{ijr}$ (عملکرد راهکارهای آلفا نسبت به راهکارهای بتا در رابطه با اهداف).

برای توضیح کاربردها، محاسبات و عملیات ریاضی مورد BS_1 و RS_1 (آبی و قرمز اولین راهکارهای خود را بازی می‌کنند) در زیر ارائه شده است:

$$W\tilde{S}O_{111} = (a(RS_1 \& BS_1) \times aO_1 \quad b(RS_1 \& BS_1) \times bO_1 \quad c(RS_1 \& BS_1) \times cO_1)$$

$$W\tilde{S}O_{111} = (0.12 \times 0.12 \quad 0.68 \times 0.48 \quad 1.00 \times 0.86) = (0.014 \quad 0.324 \quad 0.863)$$

$$DW\tilde{S}O_{111} = \frac{0.014 + (4 \times 0.324) + 0.863}{6} = 0.363$$

سایر نتایج برای اهداف دوم و سوم در پیوست (جدول ۹) آورده شده است. سپس با تبدیل تمام مقادیر به جدول جدید، ماتریس‌های بازده مربوط به اهداف تشکیل می‌شود. تمام مقادیر شامل مقدار $DW\tilde{S}O_{111}$ (۰ و ۳۶۳) در جدول ۵ ارائه شده است.

جدول ۵. ماتریس بازده مربوط به همه اهداف $DW\tilde{S}O_{ijr}$

بازیکن ۱ (آبی)	بازیکن ۲ (قرمز)											
	RS_1			RS_2			RS_3			RS_4		
	O_1	O_2	O_3	O_1	O_2	O_3	O_1	O_2	O_3	O_1	O_2	O_3
BS_1	0.363	0.573	0.614	0.360	0.553	0.700	0.384	0.603	0.605	0.377	0.612	0.635
BS_2	0.306	0.661	0.644	0.312	0.641	0.602	0.382	0.696	0.640	0.330	0.591	0.635
BS_3	0.339	0.517	0.520	0.319	0.493	0.558	0.390	0.606	0.488	0.362	0.465	0.581
BS_4	0.407	0.624	0.593	0.412	0.529	0.544	0.418	0.635	0.638	0.394	0.588	0.543
BS_5	0.335	0.453	0.568	0.355	0.462	0.504	0.417	0.513	0.449	0.433	0.600	0.488

مرحله ۶. تبدیل ماتریس بازده

این مرحله مستلزم ادغام اهداف در یک پایه است. همانطور که در مراحل قبلی روش‌شناسی توضیح داده شد، اهداف دارای وزن‌های متفاوتی هستند و راهکارها با میزان بازدهی آن‌ها ارزیابی می‌شوند. ایده اصلی برای تصمیم گیرندگان تحقق همه اهداف به طور همزمان برای دستیابی به هدف کلی است. بنابراین خروجی‌های (جدول ۵) که به طور جداگانه به دست می‌آیند، باید در یک مبنا ادغام شوند. می‌توانیم این فرآیند یکسان سازی را ادغام اهداف با اهمیت آنها بنامیم.

از آنجایی که همه ارزیابی‌ها با متغیرهای زبانی انجام شده و با مقادیر متناظر (مربوطه) آنها محاسبه می‌شود، مقادیر $W\tilde{S}O_{ijr}$ ادغام شده و $\tilde{R}O_{ijr}$ (هدف یکپارچه اعداد فازی مثلثی) با استفاده از معادله ۱ محاسبه می‌شود. سپس با معادله ۲ فازی زدایی می‌شوند و VRO_{ij} (مقادیر اهداف یکپارچه) یافت می‌شوند (پیوست جدول ۱).

به عنوان نمونه‌ای برای این محاسبات، عملیات ریاضی برای حالت BS_1 و RS_1 (آبی و قرمز اولین راهکارهای خود را بازی می‌کنند) در زیر ارائه شده است.

$$\begin{aligned}
 (W\tilde{S}O_{111} = 0.014 \quad 0.324 \quad 0.863) \quad (W\tilde{S}O_{112} \\
 = 0.055 \quad 0.595 \quad 1.000) \quad (W\tilde{S}O_{111} \\
 = 0.214 \quad 0.618 \quad 1.000)
 \end{aligned}$$

$$a = \min\{0.014 \quad 0.055 \quad 0.864\} = 0.0140$$

$$b = \text{ORT}\{0.325 \quad 0.595 \quad 0.618\} = 0.5127$$

$$c = \max\{0.864 \quad 1.000 \quad 1.000\} = 1.0000$$

در نتیجه:

$$\tilde{RO}_{ijr} = \{0.0140 \quad 0.5127 \quad 1.0000\}$$

$$\begin{aligned} VRO_{11} &= \frac{a + 4b + c}{6} \quad \rightarrow \quad VRO_{11} \\ &= \frac{0.0140 + (4 \times 0.5127) + 1.0000}{6} = 0.511 \end{aligned}$$

ماتریس بازده که با استفاده از VRO به دست می‌آید در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ۵: ماتریس بازده بر اساس ادغام اهداف (VRO_{ij})

		بازیکن ۲ (قرمز)			
		RS_1	RS_2	RS_3	RS_4
بازیکن ۱ (سبز)	BS_1	0.511	0.525	0.521	0.531
	BS_2	0.529	0.512	0.562	0.513
	BS_3	0.456	0.464	0.502	0.473
	BS_4	0.531	0.487	0.556	0.507
	BS_5	0.459	0.434	0.456	0.512

مرحله ۷. راه حل و تصمیم بهینه

در نهایت، مدل برنامه ریزی خطی با توجه به معادله ۳-۷ ساخته شده و با توجه به ماتریس بازده با ادغام اهداف بدست می‌آید (جدول ۶).

۷: مقدار بازی

x_i : احتمال (i امین) راهکار بازیکن آبی

Max v

St;

$$0.511x_1 + 0.529x_2 + 0.456x_3 + 0.531x_4 + 0.459x_5 - v \geq 0$$

$$0.525x_1 + 0.512x_2 + 0.464x_3 + 0.487x_4 + 0.434x_5 - v \geq 0$$

$$0.521x_1 + 0.562x_2 + 0.502x_3 + 0.556x_4 + 0.456x_5 - v \geq 0$$

$$0.531x_1 + 0.513x_2 + 0.473x_3 + 0.507x_4 + 0.512x_5 - v \geq 0$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, 5); \quad v \text{ بدون محدودیت}$$

با استفاده از برنامه لیندو، راه حل‌های بهینه برای هر هدف به صورت جداگانه و اهداف تلفیقی هم بصورت جداگانه بدست آمده و در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول ۷. احتمال استراتژی‌ها با توجه به اهداف

	بازیکن ۱ (آبی)					بازیکن ۲ (قرمز)			
(%)	BS ₁	BS ₂	BS ₃	BS ₄	BS ₅	RS ₁	RS ₂	RS ₃	RS ₄
O ₁				87.7	13.3	35.3			64.7
O ₂	64.3	35.7				18.8			81.2
O ₃	28.3	71.7					25.9	74.1	
VRO _r	54.8	45.2				41.9	58.1		

بحث

روش پیشنهادی از کاربردهای ریاضی فازی و نظری بازی تشکیل شده است. در جدول ۷ به راحتی می‌توان مشاهده کرد که بازیگران ممکن است ترجیحات متفاوتی برای هر هدف داشته باشند. همین قضیه وضعیت و فرآیند تصمیم‌گیری را پیچیده‌تر می‌کند. نتایج زیر با اولویت‌ها و ادغام هدف مورد بحث قرار می‌گیرد.

بر اساس نتایج، بازیکن آبی برای هدف اول (به حداکثر رساندن تلفات نیروهای قرمز) راهبردهای چهارم (حمله توسط نیروهای هوایی) و پنجم (حمله از جلو) خود را با احتمال ۸۷,۷٪ و پس از آن ۱۳,۳٪ انتخاب خواهد کرد. این بدان معنی است که به احتمال زیاد بازیکن آبی راهکار حمله توسط نیروی هوایی را برای به حداکثر رساندن تلفات نیروهای قرمز انتخاب خواهد کرد. در مقابل این راهکار، بازیکن قرمز برای به حداقل رساندن ضرر خود، راهکار اول (دفاع در عمق) و راهکار چهارم (عملیات تاخیری) خود را به ترتیب با احتمال ۳۵,۳٪ و ۶۴,۷٪ انتخاب خواهد کرد. برای هدف دوم (تصرف زمین تحت اشغال نیروهای قرمز)، بازیکن آبی راهکار اول (حمله با آتش) و راهکار دوم (حمله از جناح چپ) خود را با احتمال ۶۴,۳٪ و ۳۵,۷٪ متعاقباً انتخاب خواهد کرد. بازیکن قرمز دوباره همان راهکارها را برای هدف دوم انتخاب می‌کند اما با احتمالات متفاوت (۱۸,۸٪ و ۸۱,۲٪). اگرچه بازیکن قرمز هنوز در همان مسیر است، راهکار چهارم قرمز (عملیات تاخیری) برای هدف دوم که حفظ زمین است مناسب‌تر است. برای سومین و آخرین هدف (به حداقل رساندن تلفات انسانی، سلاح، عده و عده)، آبی‌ها دوباره از راهکارهای اول (حمله با آتش) و دوم (حمله از جناح چپ) اما با احتمال متفاوت ۲۸,۳٪ و ۷۱,۷٪ استفاده خواهند کرد. در این صورت قرمز راهکارهای خود را تغییر می‌دهد و از راهکارهای دوم (ضد حمله) و سوم (دفاع به جلو) به ترتیب با احتمال ۲۵,۹٪ و ۷۱,۴٪ استفاده می‌کند. از سوی دیگر، نتایج حاصل از ادغام اهداف با وزن اهمیت آنها، با نتایج قبلی متفاوت است. بازیکن آبی اولین راهکار بازی خود (حمله با آتش) را با احتمال ۵۴,۸٪ و دومین بازی خود (حمله از جناح چپ) را با ۴۵,۲٪ بازی می‌کند که همه اهداف به طور همزمان با وزن آنها در نظر گرفته شود. با وجود اینکه راهکار اول آبی (حمله با آتش) با توجه به هدف اول (به حداکثر رساندن تلفات نیروهای قرمز) در راه حل بهینه نیست، اما قوی‌ترین راهکار در ارزیابی کلی هدف

خواهد بود. همین نوع نتایج برای بازیکن قرمز به دست می‌آید. هر دو راهکار اول و چهارم برای اهداف اول (O_1) و دوم (O_2) بهینه هستند، برای (O_3)، راهکار های دوم و سوم احتمالاتی برای استفاده دارند. با توجه به ادغام اهداف، راهکار اول (دفاع در عمق) با احتمال ۹۱٫۴٪ و راهکار دوم (ضد حمله) با احتمال ۵۸٫۱٪ به عنوان راهکار های بهینه در نظر گرفته شده است. با توجه به نتایج، مشخص می‌شود که راهکارهای بهینه و احتمالات آن‌ها برای موقعیت‌هایی که ماتریس‌های بازده برای اهداف جداگانه و یکپارچه هستند، متفاوت است. مسلم است که هر هدف دارای وزن یا اولویت مهمی است. اگر موقعیت برای دستیابی به هدف اصلی به بیش از یک هدف نیاز دارد، تصمیم گیرندگان باید اهمیت یا اولویت اهداف را در نظر بگیرند و آنها را برای ارزیابی در نظر بگیرند. برای این نوع موقعیت ها، یافتن بهترین راه حل ها در مورد یک هدف ممکن است راه حل بهینه را ارائه نکند. این فرآیندهای تصمیم‌گیری مستلزم ارزیابی کلی اهداف است. ملاحظات کلیدی این است که چگونه می‌توان این اهداف را با اهمیت آنها در ارزیابی گنجاند. یکی از مزایای ماتریس بازده و احتمالات راهکار ها، تحلیل حساسیت است. به ویژه، آگاهی ها و اطلاعات اضافی می‌تواند فرآیند تصمیم‌گیری را بهبود بخشد و تصمیمات را تغییر دهد. اگر شواهدی در مورد آمادگی در طرف مقابل وجود داشته باشد بازیگران می‌توانند راهکار های خود را مجدداً ارزیابی کنند.

نتیجه‌گیری

رویکردهای نظری بازی در ادبیات سهم قابل توجهی در فرآیندهای تصمیم‌گیری در محیط‌های رقابتی دارند. در واقعیت، بازیگران ممکن است بیش از یک هدف در چالش‌های تصمیم‌گیری خود داشته باشند. این اهداف ممکن است برای یکدیگر اهمیت نسبی داشته باشند و تحقق همه اهداف به طور همزمان امکان‌پذیر نباشد. در این صورت، بازیگران سعی می‌کنند همه اهداف را متعادل کرده و با توجه به اهمیتشان، آن‌ها را بهینه کنند. از سوی دیگر،

ایجاد ماتریس بازده بر اساس راهکارهای متقابل، فرآیندی بسیار پیچیده و دشوار است. به ویژه، تبدیل ارزیابی‌های ذهنی به ارزش‌های عینی نیازمند رویکردی نظام مند است. در مقایسه راهبردها، تصمیم‌گیرندگان به ارزیابی‌های ذهنی مرتبط با تجارب خود نیاز دارند. کاربردهای منطق فازی و متغیرهای زبانی ابزارهای مهمی هستند که در فرآیند ارزیابی از کلامی به تحلیلی تبدیل می‌شوند. روش پیشنهادی نیازمند رویکرد چند هدفه در منظر بازی دو نفره صفر است و تمرکز اصلی بر ادغام اهداف است. مهم‌ترین فرض برای روش شناسی در مورد اهمیت اهدافی است که حداکثر سازی برای بازیکن صف و کمینه سازی برای بازیکن ستون است. این مطالعه بر این ایده استوار است که راه حل‌های بهینه می‌توانند با توجه به ارزیابی اهداف به صورت جداگانه یا یکپارچه متفاوت باشند. برای معرفی روش با اعداد و یافتن راه حل تجربی، از سناریوی نظامی عمومی استفاده شده است. تمام محاسبات بر اساس ارزیابی شفاهی در مورد رویدادها و حوادث در سناریو انجام می‌شود. از متغیرهای زبانی و عملیات ریاضی فازی برای تبدیل ارزیابی‌های ذهنی به مقادیر عینی استفاده می‌شود. عملکرد راهکارهای مربوط به بازیگران برای هر هدف به طور جداگانه ارزیابی می‌شود. سپس ارزیابی‌هایی در رابطه با ادغام اهداف انجام می‌شود. در نهایت، راهکارهای بهینه با احتمالات آنها پیدا می‌شود. در نتیجه، روش پیشنهادی یک رویکرد نظام مند برای فرآیند تصمیم‌گیری چند نفره با بیش از یک هدف و راهکار در محیط رقابتی ارائه می‌کند. ما معتقدیم که این مطالعه را می‌توان با حمایت از ارزیابی‌های کلامی با مقادیر کمی مانند شاخص‌های عددی خاص بهبود بخشید. استفاده از این روش برای بازی‌های n نفر یا غیر ثابت ممکن است سهم مهمی در فرآیند تصمیم‌گیری در محیط‌های رقابتی داشته باشد. علاوه بر این، این روش ممکن است و می‌تواند در زمینه‌های مختلفی که نیاز به رقابت دارند، اعمال شود.

منابع

قرآن کریم.

غرر الحکم و درر الکلم.

حسن پور، حمید و همکار (۱۳۹۸)، بازی جنگ در رده سپاه، انتشارات دافوس آجا، تهران.

بیگدلی، حمید (۱۳۹۸) مدل سازی مسائل جنگ الکترونیک با استفاده از بازی مجموع صفر"،

دوفصلنامه بازی جنگ، سال دوم، شماره ۵، صص ۷-۲۳.

نقش بازی جنگ در ارتقا توان تصمیم‌گیری فرماندهان نیروهای مسلح

حسن پور حمید (۱۳۹۸) "نقش بازی جنگ در ارتقا توان تصمیم‌گیری فرماندهان نیروهای

مسلح"، دوفصلنامه بازی جنگ، سال دوم، شماره ۵، صص ۵۹-۷۴.

امامیان، سهیل (۱۴۰۱) "کاربرد نظریه بازی‌ها در جنگ‌های نظامی"، نشریه علمی سیاست

دفاعی، سال سی و یکم، صص ۱۳۷-۱۶۵.

مرادیان، محسن (۱۳۸۹)، بازی جنگ در رده لشکر، انتشارات دانشکده فرماندهی و ستاد

دانشگاه جنگ آجا

احمدزاده فرد، محمد حسن، عابدزاده، عابد (۱۳۹۹)، الگوهای تصمیم‌گیری و تکنیک‌های

پرکاربرد در بازی جنگ، دوفصلنامه بازی جنگ، دوره ۳، شماره ۶، صص ۸۳-۱۲۷.

غلام نژاد، پژمان (۱۳۹۹)، بررسی انواع روش‌های بازی در نظریه بازی‌ها، دوفصلنامه بازی

جنگ، سال سوم، شماره ۷، صص ۹۷-۱۳۱.

محمودی نبی‌کندی، سعدون، زارع چاوشی، اکبر (۱۳۹۹)، تصمیم‌گیری در یک اقدام متقابل

به کمک نظریه بازی‌ها، دوفصلنامه بازی جنگ، سال سوم، شماره ۷، صص ۷۷-۹۵.

رودسرابی، حسین (۱۳۹۹)، اهمیت بازی جنگ و ارتقاء قدرت تصمیم‌گیری در سامانه

فرماندهی و کنترل، دوفصلنامه بازی جنگ، سال سوم، شماره ۷، صص ۵۵-۷۵.

رابینز، استیفن پی. رفتار سازمانی. ۳ جلد. تهران: مرکز مطالعات و پژوهش‌های بازرگانی، چاپ اول، ۱۳۷۴

زعمری، علی (۱۳۹۰)، پایان نامه: نظریه بازی نامتناهی معمولی و فازی با استراتژی نا شمارا، دانشکده رایانه و ریاضی دانشگاه شهید با هنرکرمان، صص ۵.

کاوه جبلی، علی رضا و حسینی، حسین (۱۳۸۹)، جنگ شناسی: مفاهیم و نظریه‌ها، دانشکده و پژوهشکده علوم اجتماعی و فرهنگی دانشگاه امام حسین (علیه السلام)، صص ۱۲-۱۴.

منابع انگلیسی

- Arslan S. (2006). Game Theory Approach in Telecommunications Networks. Gazi University Institute of Science and Technology, Ph.D Thesis, 43.
- Bellmann R.E. and Zadeh L.A. (1970). Decision making in a fuzzy environment. *Management Sciences*, 17: 141-164.
- Brown G. و Kline J. و Thomas A. Washburn A. and Wood K. (2011). A game theoretic model for defense of an oceanic bastion against submarine. *Military Operation Research* 16(4):25-40
- Cantwell G.L. (2003). *Can Two Person Zero Sum Game Theory Improve Military Decision Making Course of Action Selection?* A Monograph و U.S. Army Command and General Staff College , Fort Leavenworth , Kansas Academic Year , 15-25 و 38-49.
- Chen S.J. and Hwang C.L. (1992). *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg: Germany.
- Chen S.H. and Hsieh C.H. (2000). Representation, ranking و distance and similarity of L-R type fuzzy number and application. *Australian Journal of Intelligent Processing System*, 6(4):217-229.
- Chen C.T. و Lin C.T. and Huang S.F. (2006). A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management. *J. Production Economics*, 102: 289.
- Chou T.Y و Hsu C.L. and Chen M.C. (2008). A fuzzy multi-criteria decision model for international tourist hotels location selection. *International Journal of Hospitality Management* (27): 293-301.
- Dodd L., Moffat J. and Smith J. (2006). Discontinuity in decision-making when objectives conflict: a military command decision case study. *Journal of the*

Operational Research Society 57: 643-654. 18

Hillier F.S. and Liberman G.J. (2001). *Introduction to Operation Research*. McGraw Hill, 7th Ed: New York, 726.

Hämäläinen J., Sormunen J., Rantapelkonen J., Nikkarila J-P. (2014). Wargame as a combined method of qualitative and quantitative studies, *Journal of Military Studies*, 5(1):1-18.

Kaufmann A. and Gupta M.M. (1991). *Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications*, Van Nostrand Reinhold: New York, 74-84.

Law W.W. and Pan S.Y. (2008). Game theory and educational policy: Private education legislation in China. *Int. J. Educ. Dev.*

Lee C.S (2012). Multi-objective game-theory models for conflict analysis in reservoir watershed management. *Chemosphere* 87: 608–613.

Li D.F and Yang J.B. (2004). Fuzzy linear programming technique for multiattribute group decision making in fuzzy environments *Information Sciences*, (158): 263-275.

McIntosh G. (2002). *Information Superiority and Game Theory: The Value of Varying Levels of Information*, Master Thesis و Naval Postgraduate School, Monterey, California, 15-27.

Mead J. (2005). Game Theory and the Second Iraq War. *Defense and Security Analysis* 21(3): 303-321.

Ross T. (2004). *Fuzzy Logic with Engineering Applications* 2nd Ed. John Wiley & Sons Ltd., West Sussex و England.

Turocy L. and Stengel B. (2001). Game Theory, *CDAM Research Report* و 4.

Zadeh L.A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Information Sciences* و 8: 199–249.

Zimmermann H.J. (1985). *Fuzzy Set Theory and Its Applications*. Kluwer Nijhoff Publishing: Boston, MA.

O. G. Haywood, "Military Decision and Game Theory" Wiley, Journal of the Operations Research Society of America, Vol. 2, No. 4, pp. 365-385, 1989.

Chen, Shyi-Ming, et al. "Fuzzy multiple attributes group decision-making based on ranking interval type-2 fuzzy sets." *Expert Systems with Applications* 39.5 (2012): 5295 - 5308.

Render, Barry & Ralph Stair, Jr.; *Introduction to Management Science*; Boston: Allyn and Bacon, 1992, Pp. 596-7.